

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 1, осенний семестр 1996/97 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $(z - 2)$ функцию

$$f(z) = \frac{z(1 - 2i) + 4i}{z^2 - (1 - 2i)z - 2i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 0$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{z^2 - 4}{(\cos \pi z - 1)z^2} e^{\frac{1}{\cos \frac{\pi}{z}}}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. $\oint_{|z-1|=4} \frac{\sinh z}{e^{2z} + e^{z+1}} dz ;$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(11-x) \sin(7x+1)}{x^2 - 6x + 13} dx ;$

5. $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1-x}} \frac{9x-5}{(3x+1)^2} dx .$

6. Пусть $f(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt[3]{z(1-z)^2}$ в плоскости с разрезом по отрезку $[0; 1]$ такая, что $f\left(\frac{1}{2} + i0\right) = \frac{1}{2}$. Вычислить $f(-2)$, $f\left(\frac{1}{2} - i0\right)$ и интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{f(z) dz}{z^2 - 1}.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 2, осенний семестр 1996/97 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $(z - 2 + 3i)$ функцию

$$f(z) = \frac{z(1-i)}{z^2 - 2(1+i)z + 4i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 0$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{4z^2 - 12z + 5}{\sin(\pi z) - 1} e^{\frac{1}{\sin \frac{\pi}{z}}}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. $\oint_{|z-2i|=2} \frac{z+4}{(z+i)(e^{\pi z} + 1)} dz ;$

4. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x+4) \cos(3x+1)}{x^2 + 4x + 20} dx ;$

5. $\int_{-1}^0 \sqrt{-1 - \frac{1}{x}} \frac{3x+1}{3x+4} dx .$

6. Пусть $f(z)$ — регулярная ветвь функции $\text{Ln} \frac{i+z}{i-z}$ в плоскости с разрезом по отрезку $[-i; i]$ такая, что $f(1) = -i \frac{\pi}{2}$. Вычислить интеграл

$$\oint_C \frac{dz}{(z+1) \left(f(z) + i \frac{3\pi}{2} \right)}.$$

где контур C — прямоугольник с вершинами в точках $z = \pm \frac{1}{2} \pm \frac{3i}{2}$.

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 3, осенний семестр 1996/97 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $(z - 2 - 3i)$ функцию

$$f(z) = \frac{z(i-1)+i}{2z^2-(2-i)z-i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 0$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{z^2 + 4}{(\operatorname{ch}(\pi z) - 1)z^2} e^{\frac{1}{\operatorname{ch}\frac{\pi}{z}}}.$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

$$3. \oint_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{z + \frac{2}{\pi}}{z \left(2 \sin \frac{1}{3z} - 1 \right)} dz ;$$

$$4. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin(7x-1)}{x^2 - 2x + 10} dx ;$$

$$5. \int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{x}} \frac{9x-4}{(3x-4)^2} dx.$$

6. Пусть $f(z)$ — регулярная ветвь функции $\operatorname{Ln} \frac{1-z}{1+z}$ в плоскости с разрезом по отрезку $[-1; 1]$ такая, что $f(0+i0) = 0$. Вычислить $f(3i)$, и интеграл

$$\oint_{|z|=2} f(z) e^{-\frac{2i}{\pi z}} dz.$$

Семестровая контрольная работа по ТФКП
Курс: 3, Вариант: 4, осенний семестр 1996/97 уч.г.

1. Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 3 + 3i)$ функцию

$$f(z) = \frac{z(1 - 3i) + 6i}{z^2 - (1 - 3i)z - 3i}$$

в кольце, которому принадлежит точка $z = 0$. Указать границы кольца сходимости.

2. Исследовать особые точки функции

$$f(z) = \frac{4z^2 - 12iz - 5}{\operatorname{sh}(\pi z) - i} e^{\frac{1}{\operatorname{sh} \frac{\pi}{z}}}$$

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

$$3. \oint_{|z+i|=\frac{3}{2}} \frac{2(z+3i) \operatorname{ch} \frac{1}{2z}}{z^4 + 10z^2 + 9} dz ; \quad 4. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-21) \cos(13x-1)}{x^2 - 2x + 2} dx ;$$

$$5. \int_{-1}^0 \sqrt{\frac{-x}{x+1}} \frac{3x+2}{3x-1} dx .$$

6. Пусть $f(z)$ — регулярная ветвь функции $\sqrt{z^2 - 1}$ в плоскости с разрезом по кривой $|z| = 1, \operatorname{Im} z \geq 0$ такая, что $f(0) = i$. Вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{(z+1) dz}{(z+3)(f(z) - 2\sqrt{2})} .$$
